5 Exercice Contrôle 2010 20′ 5 Points

On considère, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$(E): z^2-(1-3i)\,z-(4+3i)=0.$$

1°) a) Calculer $(3+i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E).

2°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2-i$, $-1-2i$ et $1-3i$.

a) Placer les points *A*, *B* et *C* dans le repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

b) Montrer que OACB est un carré.

6 Exercice Principale 2011 25′ 6 Points

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes de l'équation (E) : $z^3+iz^2-2z+4i=0$

1°) a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).

b) En déduire que z est solution de (E) si et seulement si $z=i$ ou $z^2+2iz-4=0$.

2°) a) Résoudre l'équation (E).

b) Écrire les solutions sous forme exponentielle.

3°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A,B et C d'affixes respectives i, $\sqrt{3}-i$ et $-\sqrt{3}-i$.

a) Placer les points A, B et C dans le repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A.